Prof : Chortani Atef	Limites et continuité
3 Math+Sc	

EXERCICE N°1 :

1) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x^4 - 3x + 1$

a) Calculer f (0) ; f (1)

b) En déduire que l'équation f(x) = 0, admet au moins une solution dans [0,1]

2) Soit g : $[1,2] \rightarrow [1,2]$ continue

a) Donner le signe de g (1) - 1 et g (2) - 2

b) Soit h : $[1,2] \rightarrow IR : x \mapsto h(x) = g(x) - x$

- Donner le signe de h (1).h (2).

- En déduire que (Cg) et la droite D : y = x se coupent au moins en un point

EXERCICE N°2:

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = 4x - 3xE(x)

1) Donner l'expression de f sur]-2,2].

2) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

3) Etudier la continuité de f sur]-2,2].

EXERCICE N°3 :

Soit f la fonction définie sur IR\ {1,3} par :

$$f(x)=\begin{cases} x-2 \quad si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{x}{\sqrt{-x+1}-1} \quad si \quad 0<x<1 \\ \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \quad si \quad 1<x<3 \end{cases}$$

1) Déterminer la limite de f à gauche en 1 et à droite en 0.

2) Déterminer la limite de f à gauche en 3.

3) f est – elle continue en 0 ?

4) f est – elle prolongeable par continuité en 1?

Exercice N°4 :

Calculer $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2-x-14}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{3x}-3}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}$;

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+3}}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{3x+1}}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}(2x+\sqrt{3x^2+x-1})$

$\lim\limits_{x\to +\infty}(2x-\sqrt{x^2-4x-5})$; $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{x^2-5})$; $\lim\limits_{x\to +\infty}(x-\sqrt{x^2-4x-5})$

Exercice N°5

I- Soit g la fonction définie sur $[-1,+\infty[$ *par* $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+1}$.

1/a) Justifier que g est continue sur $[-1,+\infty[$.

b) Calculer alors $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

2/ Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Montrer que $\forall x\in D_f \quad f(x)=g(x)$.

c) En déduire que f est prolongeable par continuité en 0 et définir la fonction prolongée F de f

II- soit h la fonction définie sur IR par : : $h(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & si\ x\geq -1\ \ et\ \ x\neq 0\\ 1/2 & si\ \ x=0\\ \dfrac{x^2-3x-4}{x+1}+m & si\ \ x<-1\end{cases}$

1/ Justifier la continuité de h sur $IR\setminus$\{-1\}.

2/ Montrer que $\lim\limits_{x\to -1^-} h(x)=m-5$.

3/ Pour quelle valeur de m ; h est continue en (-1).